Ringbeschleuniger und Speicherringe
Übungsblatt 8
Lösungen

Prof. Dr. O. Kester, S. Geyer und Dr. P. Forck

Sommersemester 2016

1 Parameter eines FODO-Struktur

a) Der Momentum Compaction Faktor ergibt sich aus der mittleren Dispersion und der Länge des Synchtrotrons als

$$\alpha = \frac{\langle D \rangle}{L/2\pi} = 0.0157$$

Der Parameter Gamma-Transition ist

$$\gamma_{tr} = \sqrt{\frac{1}{\alpha}} = 7.98$$

Die kinetische Energie ist

$$E_{kin} = (\gamma - 1)E_0 = 6.55 \text{ GeV für Protonen} \quad \text{und} \quad E_{kin} = 3.57 \text{ MeV für Elektronen}$$

Das bedeutet dass für Protonen der Bereich mit einem Phasenwechsel erst bei relativ großen Energie erreicht wird, während Elektronen in typischen Synchrotrons immer mit $\eta < 0$ betrieben werden und einer Sollphase $\varphi > 90^o$ beschleunigt werden.

b) Eine Dispersion $D \neq 0$ bedeutet dass jede Abweichung des Sollimpulses auch eine Ortsabweichung zur Folge hat. Dies ist störend im Bereichen der Injektion und Extraktion und des Ortes der HF-Kavität. Bei Synchrotron Light Sources muss die Dispersion auch im Bereichen der Insertion Devices (Wiggler oder Undulatoren) kompensiert sein, da sich sonst eine Impulsabweichung in einer Abweichung des Photonenstrahls zur Folge hat.

2 Synchrotron-Frequenz

Die Geschwindigkeit v_s ergibt sich aus

$$p_s = m_0\gamma v_s = m_0\sqrt{\frac{v_s^2}{1 - v_s^2/c^2}} = m_0\sqrt{\frac{1}{1/v_s^2 - 1/c^2}} \Rightarrow v_s/c = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{m_0c^2}{p_sc}\right)^2 + 1}} = 0.729$$

Die Umlauffrequenz f_s ist damit

$$f_s = \frac{1}{t_s} = \frac{v_s}{L_s} = 1.093 \text{ MHz}$$

Die Synchrotronfrequenz ist geben durch

$$f_{syn} = f_s \cdot \sqrt{\frac{h\eta}{2\pi p_s v_s} \cdot eU_0 \cos\varphi_s} = 582 \text{ Hz}$$

und damit einen Synchrotron-Tune Q_s von

$$Q_s = \frac{f_{syn}}{f_s} = 5.32 \cdot 10^{-4}$$

Die Energie-Akzeptanz ist

$$\Delta E_{max} = \sqrt{\frac{p_s v_s e U_0 \cos\varphi_s}{2\pi h \eta}} \cdot \sqrt{4 - (2\pi - 4\varphi_s)\tan\varphi_s} = 3.255 \text{ MeV}$$

Aus der Angabe der Geschwindigkeit kann die Strahlenergie berechnet werden über $E_{kin} = (\gamma - 1)E_0 = 1.37$ GeV. Die relative Energie-Akzeptanz ist damit

$$\frac{\Delta E_{max}}{E_{kin}} = 2.37 \cdot 10^{-3}$$

Die Energie-Akzeptanz skaliert bzgl. der Harmonischen Zahl h für die Beschleunigung mit

$$\Delta E_{max} \propto \sqrt{\frac{1}{h}}$$

Eine hohe Beschleunigung-Frequenz bedeute also eine hohe Harmonische und damit eine kleine Energie-Akzeptanz.

3 Separatrix

Die Energie-Akzeptanz ist gegen durch

$$\Delta E_{max} = \sqrt{\frac{p_s v_s e U_0 \cos\varphi_s}{2\pi h \eta}} \cdot \sqrt{4 - (2\pi - 4\varphi_s)\tan\varphi_s}$$

Einsetzen der Werte für $\varphi_s = 0$ (stationäres Bucket) und $\varphi_s = 30^0$ für die Beschleunigung liefert eine Verhältnis von 41.5 %.

4 Synchrotron-Frequenz

Die Sychrotronfrequenz skaliert $f_{syn} \propto \sqrt{1/p_s}$ und wird entsprechend kleiner. Die Energie-Akzeptanz skaliert mit $\Delta E_{max} \propto \sqrt{p_s}$ und wird entsprechend größer. Die Amplitude der Synchrotron-Oszillation wird kleiner da die longitudinale Emittanz unter idealen Bedingungen kleiner wird (wegen der Erhaltung de normierten Emittanz). Dies kann man z.B. dazu nutzen während der Beschleunigung die Sollphase näher zum Maximum zu bringen ohne Teilchen zu verlieren.