Ringbeschleuniger und Speicherringe
Übungsblatt 4
Lösungen

Prof. Dr. O. Kester, S. Geyer und Dr. P. Forck

Sommersemester 2016

1 Sextupolmagnet

Für die Sextupolstärke gilt:

$$g' = \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = 6\mu_0 \frac{nI}{R^3}$$

Damit erhalten wir mit dem Aperturradius a = 0,06 m und den Amperewindungen n*I=5000 A:

$$g' = 6\mu_0 \frac{5000A}{0,06^3 m^3} = 174,5 \frac{T}{m^3}$$

Damit erhält man für die Flußdichte an der Polspitze

$$B_0 = -\frac{g' a^2}{2} = 0,3T$$

2 Dipolmagnet

Für den Dipolmagnet hatten wir folgende Beziehung abgeleitet:

$$B_0 \ = \ \mu_0 \cdot \frac{n \cdot I}{h} \quad \rightarrow \quad I \ = \ \frac{h \cdot B_0}{\mu_0 \cdot n} \ = \ \frac{0,06\ m \cdot 1,9\ T}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Vs}{Am} \cdot 10} \ = \ 9072\ A = 9,07\ kA$$

Das Eisen ist schon in Sättigung.

3 Magnetisches Potential

Für den Quadrupol gilt:

$$B_y(x,0) = G_y(x) = k \cdot x$$

damit erhält man für das magnetisch Potential

$$\Phi(x,y) = G_y(x) \cdot y + \underbrace{\frac{1}{6} \frac{\partial^2 G_y}{\partial x^2} y^3}_{0} = k \cdot xy$$

4 Supraleitende Magnete

Für $m = 3$ erhält man für die Magnetfeldkomponenten in x- und y-Richtung:

$$\vec{B}(r,\theta) = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2a^3} \cdot r^2 \begin{pmatrix} sin(3\theta) \\ cos(3\theta) \end{pmatrix}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$sin(3\theta) = 3sin(\theta) - 4sin^3(\theta) = \frac{3\ tan(\theta)}{\sqrt{1 + tan^2(\theta)}} - \frac{4\ tan^3(\theta)}{(1 + tan^2(\theta))^{3/2}}$$

$$= \frac{3\frac{y}{x}}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}} - \frac{4\left(\frac{y}{x}\right)^3}{\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right)^{3/2}} = \frac{3y}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{4y^3}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} = \frac{3yx^2 - y^3}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

$$cos(3\theta) = 4cos^3(\theta) - 3cos(\theta) = \frac{4}{(1 + tan^2(\theta))^{3/2}} - \frac{3}{\sqrt{1 + tan^2(\theta)}}$$

$$= \frac{4}{\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right)^{3/2}} - \frac{3}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}} = \frac{x^3 - 3xy^2}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

$$B_x = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2a^3} \cdot \frac{3x^2y - y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad B_y = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2a^3} \cdot \frac{x^3 - 3xy^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\rightarrow \quad B_x(x, y = 0) = 0$$

$$B_y(x, y = 0) = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2a^3} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2}} = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2a^3} \cdot x^2$$

$\rightarrow$ Sextupol