Beschleunigerinstrumentierung und Strahldiagnostik

P. Forck, R. Singh

Sommersemester 2016

1 Profilmessung an verschiedenen Beschleunigern

Es gibt verschiedene Messmethoden und somit mehrere Möglichkeiten, die aber mehr oder minder passend sind. Sinnvolle Vorschläge sind:

I Protonenstrahl

a) Beam Induced Fluorescence (BIF) Monitor oder Ionization Profile Monitor (IPM): Wegen des hohen Ionenstroms ist eine nicht-strahlzerstörende Methode vorzuziehen. Alternative kann eine SEM-Grid verwendet werden, wobei dann der Strahlpuls verkürtzt werden muss um eine Schmelzen der Drähte zu verhindern.
b) BIF-Monitor oder IPM, Begründung unter **a)**
c) SEM-Grid, slow wire scanner oder Scintillation Screen: Wegen des geringen Stroms ist BIF-Monitor oder IPM nicht geeignet. Durch die verwendete Elektronik kann ein SEM-Grid oder wire scanner sehr empfindlich nachweisen. Scintillation Screens können aus Materialien hergestellt werden die sehr hohe Lichtausbeute haben z.B. YAG:Ce oder Phosphorschrim P43.
d) IPM: In einem Synchrotron ist eine Diagnose des umlaufenden Strahls nur mit nicht-strahlzerstörenden Methoden möglich. Ein IPM hat eine ca. 10^4-fach größer Nachweiswahrscheinlichkeit verglichen mit einem BIF-Monitor.
e) IPM: Die Funktionalität entspricht der bei niedrigeren Energien, siehe **d)**; der Energieverlust variiert für hohe kinetische Energien nur gering.
Synchrotron Radiation Monitor: Bei so hohen Energien bzw. eine Lorentzfaktor von $\gamma \simeq 1000$ wird schon genügend Synchrotronlicht ausgesendet, wenn der Strahl durch eine Undulator läuft (diese Methode ist am LHC aufgebaut worden.)
f) Scintillation Screen: Der Ionenstrom ist sehr gering, so dass empfindliche Scintillator Screen benutzt werden müssen. Die Signalstärke ist sogar für ein SEM-Grid zu gering.

II Elektronenstrahl

a) Slow wire scanner oder Scintillation Screen: Mit einem wire scanner kann eine gute Ortsauflösung erziehlt werden. Eine SEM-Grid ist hier wegen des Drahtabstandes von typisch 0.5 mm nicht geeignet. Scintillation Screens sind aber geeignet, mit einer passende Optik ist die notwendige Auflösung gerade noch erreichbar.
b) Slow wire scanner, Scintillation Screen: Begründung wie unter **a)**
Alternative kann auch OTR benutzt werden, aber wegen des relative geringen Werte des Lorentzfaktors von $\gamma \simeq 200$ ist die Signalstärke niedriger als bei einer typischen Scintillator Screen.
c) Slow wire scanner oder Sctintillation Screen: Wegen des geringen Elektronenstroms sind empfindliche Methoden notwendig. Für den wire scanner kann dies durch passende Elektronik erreicht werden, bei den Scintillation Screen ist eine empfindliche Material zu wählen.

d) Synchrotron Radiation Monitor: Die Verhältnisse in einer 3^{rd} generation light source sind optimal für diesen Monitor. Zur Verbesserung der Auflösung kann auch die technisch sehr viel aufwendiger Variante im Röntgen-Bereich gewählt werden. Nicht-strahlzerstörende Methoden sind für ein Synchrotron notwendig.
e) Synchtrotron Radiation Monitor: Da hier Synchtrotronstrahlung ausgesendet wird, ist diese Methode leicht zu realisieren.
f) Slow wire scanner: Mit Hilfe eines dünnen Drahts kann die notwendige Auflösung erreicht werden.
Laser scanner: Durch sehr gute Fokussierung kann eine entsprechende Auflösung erreicht werden. Der Compton-Wirkungsquerschnitt ist hinreichend groß.
Scintillation Screens, OTR oder SEM-Grid liefern nicht die notwendige Auflösung.

2 Berechung der Strahlmatrix einer Verteilung

a) Die Berechnung der statistischen Momente ist:

$$\langle x \rangle = 0, \langle y \rangle = 0 \tag{1}$$

$$\langle x^2 \rangle = \left(\frac{4^2 + 3^2 + 1^2}{3} \right) \text{ mm}^2 = 8.667 \text{ mm}^2 \tag{2}$$

$$\langle xx' \rangle = \left(\frac{-8 - 1 - 3}{3} \right) \text{ mm mrad} = -4 \text{ mm mrad} \tag{3}$$

$$\langle x'^2 \rangle = \left(\frac{4 + 1 + 1}{3} \right) \text{ mrad}^2 = 2 \text{ mrad}^2 \tag{4}$$

Dier Strahlmatrix ist damit

$$\sigma = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.667 \text{ mm}^2 & -4 \text{ mm mrad} \\ -4 \text{ mm mrad} & 2 \text{ mrad}^2 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Der Strahl ist konvergent da die Korrelation $\langle xx' \rangle$ negativ ist.
b) Die Emittanz ist

$$\epsilon_{rms} = \sqrt{\det(\sigma)} = 1.155 \text{ mm mrad} \tag{6}$$

c) Der Lorentz-Faktors berechnet sich aus der gesamten Energie $E_{kin} = E_{ges} - E_0 = (\gamma - 1)E_0 \Rightarrow \gamma = 1 + E_0/E_{kin} = 1.938$. Die Geschwindigkeit β erhält man mittels $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2} = 0.857$.
Die normierte Emittanz ist $\epsilon_n = \beta\gamma\epsilon = 1.92 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$.
d) Die Twiss-Parameter sind

$$\beta = \frac{\langle x^2 \rangle}{\epsilon_{rms}} = 7.51 \text{ m} \tag{7}$$

$$\gamma = \frac{\langle x'^2 \rangle}{\epsilon_{rms}} = 1.73 \text{ m}^{-1} \tag{8}$$

$$\alpha = -\frac{\langle xx' \rangle}{\epsilon_{rms}} = 3.46 \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

e) Die graphische Darstellung ist unter Benutzung der Werte $x_{int} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\gamma}} = 0.82$ mm und

Abbildung 1: Phase space

$x'_{int} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\beta}} = 0.39$ mrad:

f) Die Transfer-Matrix der dünnen Linse mit Brennweite f und eine Drift mit Länge L ist:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R_{drift}} \cdot \mathbf{R_{lens}} = \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Die Strahl-Matrix $\boldsymbol{\sigma}_x$ transformiert sich dann von der Lage der Hauptachse zum Fokus wie folgt:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_x(L = f) &= \mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\sigma}_x(L = 0) \cdot \mathbf{R^T} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1/f \\ f & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sigma_{22} \cdot f^2 & -\sigma_{12} + \sigma_{22} \cdot f \\ -\sigma_{12} + \sigma_{22} \cdot f & \sigma_{11}/f^2 - 2\sigma_{12}/f + \sigma_{22} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{12}$$

g) Diskussion der Strhalbreite x am Fokus

Die Strahlbreite am Focus ist gegeben durch die Wurzel aus der ersten Komponente der Strahl-Matrix. Der Wert am Fokus $L = f$ ergibt sich in Abhängigkeit der Werte am Eingang des Systems nach dem Ergebnis unter **a)** zu

$$x = f \cdot \sqrt{\sigma_{22}} \tag{13}$$

Einen kleine Strahlbreite erhält man mit folgenden Bedingung:

- Der Wert von σ_{22} sollte möglichst klein sein, d.h. eine schmale Winkelverteilung entsprechend einen möglichst parallelen Strahl. Vor einem fokussieren Magneten wird man also die Strahl möglichst breit machen, um damit wegen der Emittanzerhaltung die Winkelverteilung schmal zu machen.

- Die Brennweite sollte kurz (kleiner Wert von f) gewählt werden, d.h. der Strahl wird stark auf den Brennpunkt fokussiert.

3 Analytische Strahlverteilung

Die KV-Verteilung ist eine analytische Phasenraum-Verteilung, die oft in theoretischen Berechnungen für Strahlphysik Probleme verwendet wird. Die KV-Verteilung hat für den 2-dim

Phasenraum (x, x') eine konstante Phasenraumdichte, wie in Figur 2 (siehe Vortrag-Folien Seite 57) gezeigt ist.

Abbildung 2: KV Strahlverteilung in einer Querebene.

Die Teilchendichte im Phasenraum einer KV Verteilung ist gegeben durch,

$$\begin{aligned}
\rho_x(x, x') &= \frac{N}{\pi a a'} \text{ für } \frac{x^2}{a^2} + \frac{x'^2}{a'^2} \leq 1 \\
&= 0, \text{ anderswo} \\
\text{mit } N &= \iint_A \rho_x(x, x')\, dx\, dx'
\end{aligned} \tag{14}$$

Die *rms* Emittanz eines Strahl ist definiert als,

$$\epsilon_{x,rms} = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle x x' \rangle^2} \tag{15}$$

Zuerst wird die Varianz in der Positioebene bestimmen (x),

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\int_{-a}^{a} (x - \bar{x})^2 P(x) dx}{\iint_A \rho_x(x, x')\, dx\, dx'} \tag{16}$$

wobei $P(x)$ das Strahlprofil entlang der x-Achse mit dem Mittelwert $\bar{x}$ ist. $P(x)$ ist normiert auf die Gesamtzahl der Teilchen, so dass man die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Teilchenverteilung entlang der x-Achse erhält. Durch Einsetzen von Gl. 14 und Durchführung der Integration kann $P(x)$ berechnet werden zu

$$P(x) = \frac{2N}{\pi a} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \text{ fuer } x^2 \leq a^2 \tag{17}$$

Einsetzen von $P(x)$ in Gl. 16 ergibt

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2}{\pi a} \int_{-a}^{a} x^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx \tag{18}$$

Durch Substitution von $x = a \cos\theta$ wird das Integral transformiert,

$$= -\frac{2a^2}{\pi} \int_{\pi}^{0} \cos^2\theta \sin^2\theta d\theta$$