

Ringbeschleuniger und Speicherringe

Übungsblatt 2

Prof. Dr. O. Kester, Aufgabenstellung Dr. P. Forck

Sommersemester 2015

1 Berechnung der Strahlmatrix einer Verteilung

Die Ortsablage x eines Teilchens wird in mm angegeben und der Winkelversatz $x' = dx/ds$ in mrad. Die Emittanz als Fläche im (x, x') -Phasenraum wird in mm·mrad angegeben. Ein Strahl bestehe aus 3 Ionen mit den Koordinaten

$$x_1 = -4 \text{ mm} \quad x'_1 = 2 \text{ mrad}$$

$$x_2 = 3 \text{ mm} \quad x'_2 = -1 \text{ mrad}$$

$$x_3 = 1 \text{ mm} \quad x'_3 = -1 \text{ mrad}$$

- Berechnen Sie die Strahl-Matrix σ über die Berechnung der 2. Momente der Teilchenverteilung. Ist der Strahl konvergent oder divergent?
- Berechnen Sie die rms-Emittanz ϵ_{rms} .
- Berechnen Sie die Twiss-Parameter α , β und γ .
- Skizzieren Sie die Lage der Emittanz-Ellipse im Phasenraum und Berücksichtigung der charakteristischen Punkte x_{max} , x'_{max} , x_{int} und x'_{int} und tragen Sie die Koordinaten der drei Teilchen ein.

2 Stabilität einer FODO-Zelle eines Synchrotrons

Eine vereinfachte FODO-Zelle der Länge l bestehe aus einer fokussierenden dünnen Linse mit Brennweite f , einer Drift der Länge $l/2$, einer de-fokussierenden dünnen Linse mit der selben Brennweite f und einer Drift mit der Länge $l/2$.

- Berechnen Sie die Twiss-Matrix dieser Anordnung für den horizontalen Ebene (d.h. nur 2×2 Matrices verwenden, diese Rechnung wurde schon im ersten Übungsblatt durchgeführt).
- Es kann eine Aussage zur Stabilität der FODO-Zelle getroffen werden: Welcher minimale Wert der Brennweite f im Verhältnis zur Zellenlänge l kann gewählt werden, damit eine stabile Speicherung möglich ist?
- Wie muss die Brennweite f gewählt werden für einen Betatron-Phasenverschiebung von $\mu = 90^\circ$ pro FODO-Zelle?

3 Inversion der Twiss-Matrix

Beweisen Sie folgende Satz:

Die (horizontal) Twiss-Matrix der Form $\mathbf{M} = \cos \mu \mathbf{I} + \sin \mu \mathbf{J}$ hat die inverse Matrix $\mathbf{M}^{-1} = \cos \mu \mathbf{I} - \sin \mu \mathbf{J}$.