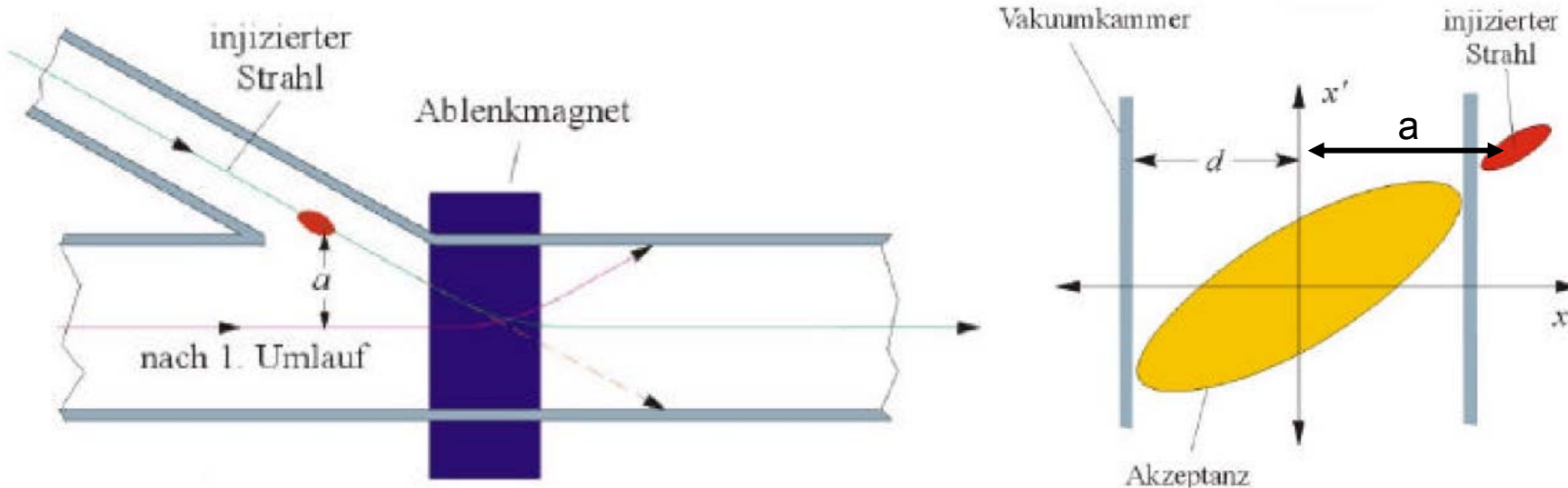


11.) Injektion und Extraktion

Die zu beschleunigenden Teilchen müssen in einem ringförmigen Beschleuniger eingeschossen (injiziert) werden. Dort werden sie beschleunigt und wieder aus dem Ring ausgelenkt (extrahiert, ejiziert).

Der Prozess der Injektion und Ejektion ist nicht trivial, da zunächst jedes außerhalb der Ringstrahllinie befindliche Teilchen auf Grund des Louvill'schen Satzes außerhalb der Akzeptanz des Ringbeschleunigers liegt und ohne entsprechende Maßnahmen irgendwo auf die Vakuumkammer stößt.



$$A_{inj} \geq \frac{a^2}{\beta} \geq \frac{d^2}{\beta}$$

Einlenkender Magnet würde zirkulierenden Strahl auf die Wand lenken.

→ Daher schnell gepulster Kickermagnet

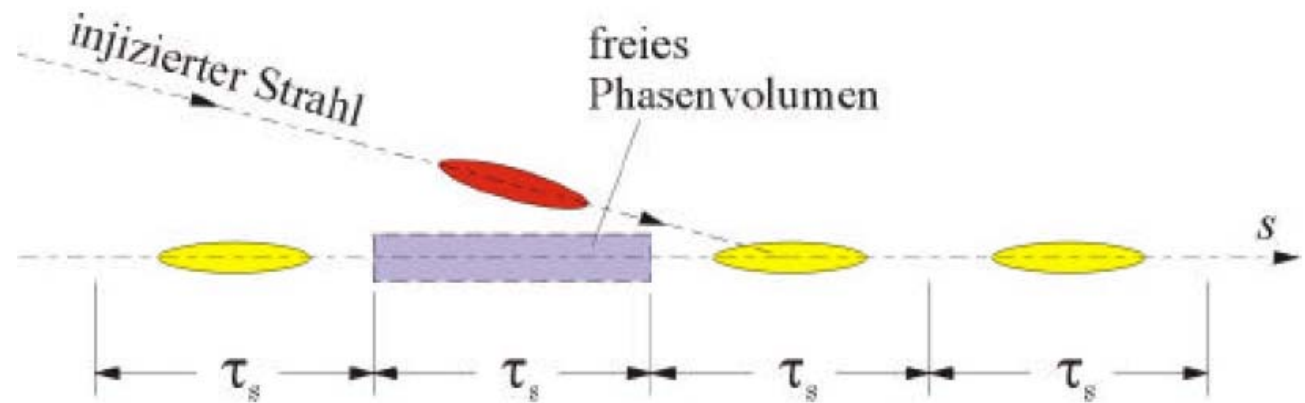
Grundregel der Injektion

In ein schon durch Teilchen besetztes Phasenraumvolumen kann kein zweites Mal injiziert werden, ohne die schon darin enthaltenen Teilchen zu verlieren.

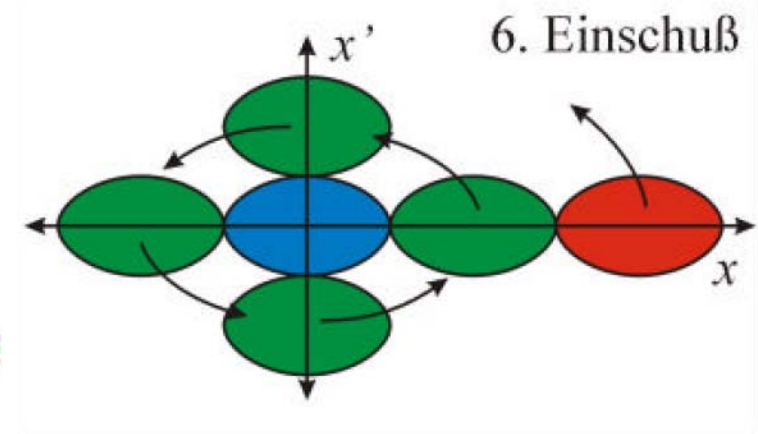
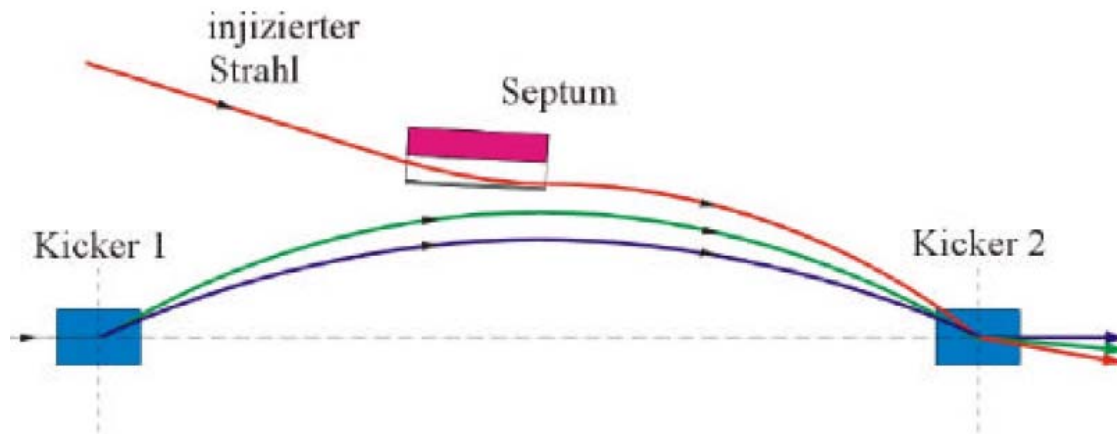
11.1. Injektion durch „stacking“

Man kann nacheinander kurze Strahlpulse hintereinander (longitudinal) in bestimmte Positionen des Orbits einschießen (longitudinales stacking).

→ schnell gepulste Magnete in der Zeit τ_s



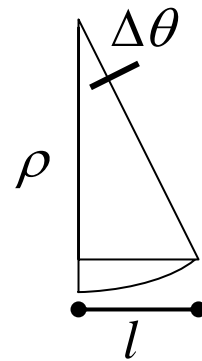
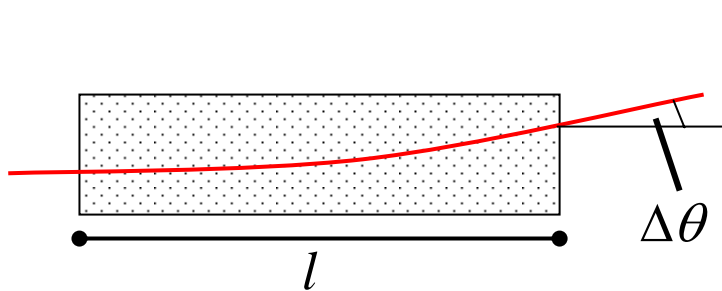
Andere Methode: Strahl auf den Orbit lenken und dann die Amplitude der Kicker schrittweise reduzieren und weitere Strahlen neben die schon vorhandenen zu injizieren (transversales stacking)



Kicker 1 → Orbitbeule → Septum → Einlenken auf Orbit
 Kicker 2 → Korrektur der Orbitbeule (wird nach und nach reduziert)

Dabei wird eine lokale „Orbitbeule“ für eine kurze Zeit erzeugt. Ein als **Septum** bezeichneter Ablenkmagnet biegt den injizierten Strahl ungefähr parallel zum Orbit, so dass dieser in die Akzeptanzellipse des Beschleunigers fällt. Diese Orbitbeulen werden wir später genauer betrachten.

Ablenkwinkel Kickermagnete:



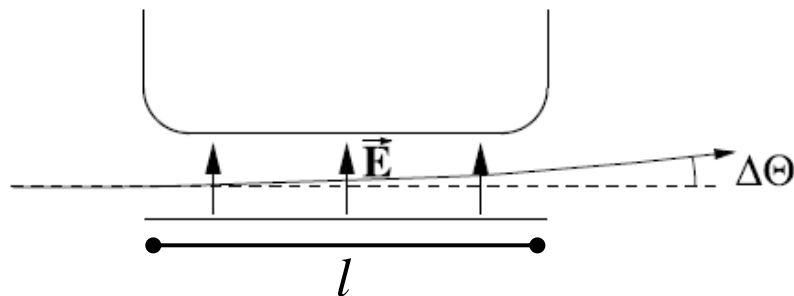
$$B \cdot \rho = \frac{p}{q}$$

$$\sin \Delta\theta = \frac{l}{\rho} = \frac{B \cdot l}{p} q$$

Zur Injektion und Extraktion von Strahlen in Kreisbeschleunigern werden elektrostatische und magnetische Ablenkeinheiten verwendet, die man aufgrund der notwendig schmalen Trennwand zwischen dem Feldraum und dem feldfreien Raum „Septum“ nennt.

Mit elektrostatischen Septa erhält man besonders kleine Septumschatten (wo Teilchen auf das Septum auftreffen), die Trennwand besteht meistens aus dünnem Wolfram-Blech (~0,1 mm) oder aus dünnen Wolfram-Drähten. Feldstärken bis zu 10 MV/m und B-Felder bis zu 1T sind typische obere Grenzen von elektrischen bzw. magnetischen Septa.

Ablenkwinkel E-Septum:

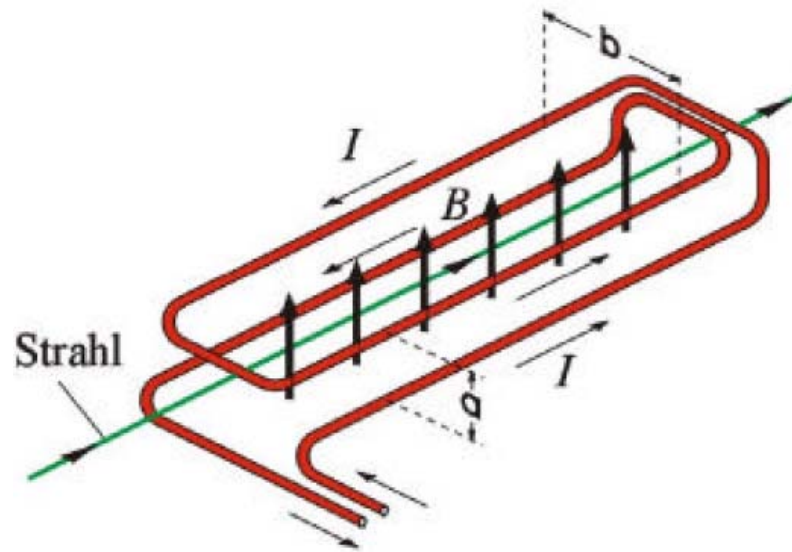


$$\tan \Delta\theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{q \cdot E \cdot l}{mv_0} \frac{1}{v_0} = \frac{E \cdot l}{(B\rho)v_0}$$

Wenn extrem kurze Schaltzeiten für die Strahlablenkung erforderlich sind, verwendet man sogenannte Kickermagnete. Ein Kickermagnet ist eine Luftspule. Um eine nennenswerte Ablenkung zu erhalten sind die Kickermagnete relativ lang, ca. 1m. Ein typischer Aufbau ist in der nachfolgenden Graphik gezeigt.

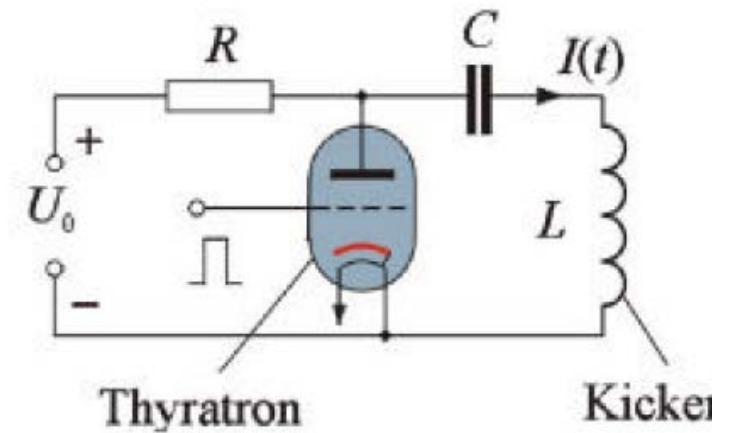
Die Selbstinduktion solcher Systeme ist dabei so klein, dass Schaltzeiten im Bereich von 50-150 ns möglich werden. Die hohen Strompulse werden dadurch erzeugt, dass ein Kondensator über ein

Thyratron entladen wird. Typische Felder von 25-50 mT werden mit Schaltpulsen von 40-80 kV und Strömen von 2-5 kA erzielt.



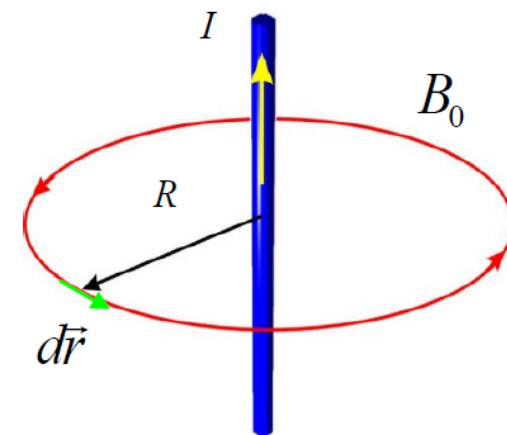
Die vier parallel zum Strahl verlaufenden Leiter haben zu diesem den Abstand

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$$



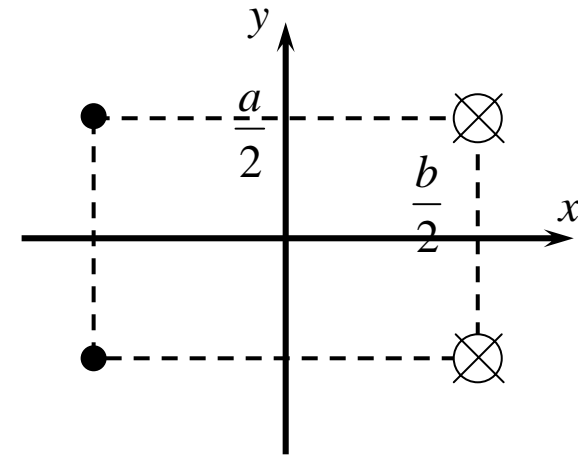
Im gezeigten Beispiel besteht die Luftspule aus 4 parallelen Leitern mit dem horizontalen Abstand b und dem vertikalen Abstand a . Diese liegen symmetrisch zum Orbit mit dem Abstand r . Das von einem Leiter in diesem Abstand erzeugte B-Feld ist

$$B_0 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



Nimmt man an, dass der Kicker sehr lang ist, ist der Einfluss der longitudinalen Endfelder gering.
 Durch einfaches Nachrechnen erhält man aus der nebenstehenden Geometrie

$$B_Y = \frac{4\mu_0 b}{\pi \cdot (a^2 + b^2)} I \quad (11.1)$$



Die Induktivität des Kickers berechnet sich aus der durch das veränderliche Magnetfeld erzeugten Spannung:

$$U_{ind} = n \int_F \dot{\vec{B}} \cdot d\vec{F} = n \frac{dB}{dt} b \cdot l = n \frac{4\mu_0 b^2 l}{\pi(a^2 + b^2)} \dot{I}$$

$n = \text{Anzahl der Leiterschleifen} = 2$

$$U_{ind} = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow L = \frac{8\mu_0 b^2 l}{\pi(a^2 + b^2)} \quad (11.2)$$

Dies ist eine grobe Abschätzung, reicht aber um brauchbare Dimensionierungen zu erhalten. Sind die Kickerspulen in einem Vakuumstank untergebracht ist das Feld etwas schwächer aufgrund einer Abschirmwirkung (induzierte Ströme).

Für den Ablenkwinkel gilt
 (wenn $\gamma \gg 1$)

$$\Delta\theta = \frac{B_y \cdot l}{p} q = \frac{B_y \cdot l \cdot c \cdot q}{E}$$

Beispiel: $\Delta\theta = 1 \text{ mrad}$, $l = 2 \text{ m}$, $a = 0.05 \text{ m}$, $b = 0.1 \text{ m}$, $E = 30 \text{ GeV}$ (Protonen)
 $\rightarrow B_y = 0.05 \text{ T} \rightarrow I = 7312 \text{ A} \rightarrow L = 5.1 \cdot 10^{-6} \text{ H}$

Um den Pulsstrom von einigen kA zu generieren wird ein Kondensator mit Hilfe eines Thyratrons entladen. Nach dem Zünden des Thyratrons hat man einen LC-Schwingkreis vorliegen, wobei der Strom

$$I(t) = I_0 \sin \omega t \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Nach einer halben Schwingung bricht der Vorgang ab, da das Thyratron keine negativen Ströme übertragen kann. Man hat daher einen Halbwellenpuls mit der Dauer

$$\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{LC} \quad \Leftrightarrow \quad C = \left(\frac{\tau}{\pi} \right)^2 \frac{1}{L} \quad (11.3)$$

Um den Maximalstrom I_0 zu erreichen, muss eine bestimmte Spannung U_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ am Kondensator anliegen. Der Spannungsverlauf ist

$$U(t) = L \cdot \dot{I}(t) = L \cdot I_0 \omega \cdot \cos \omega t = U_0 \cos \omega t$$

Die Spannung muss daher $U_0 = \omega \cdot L \cdot I_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot I_0$ betragen.

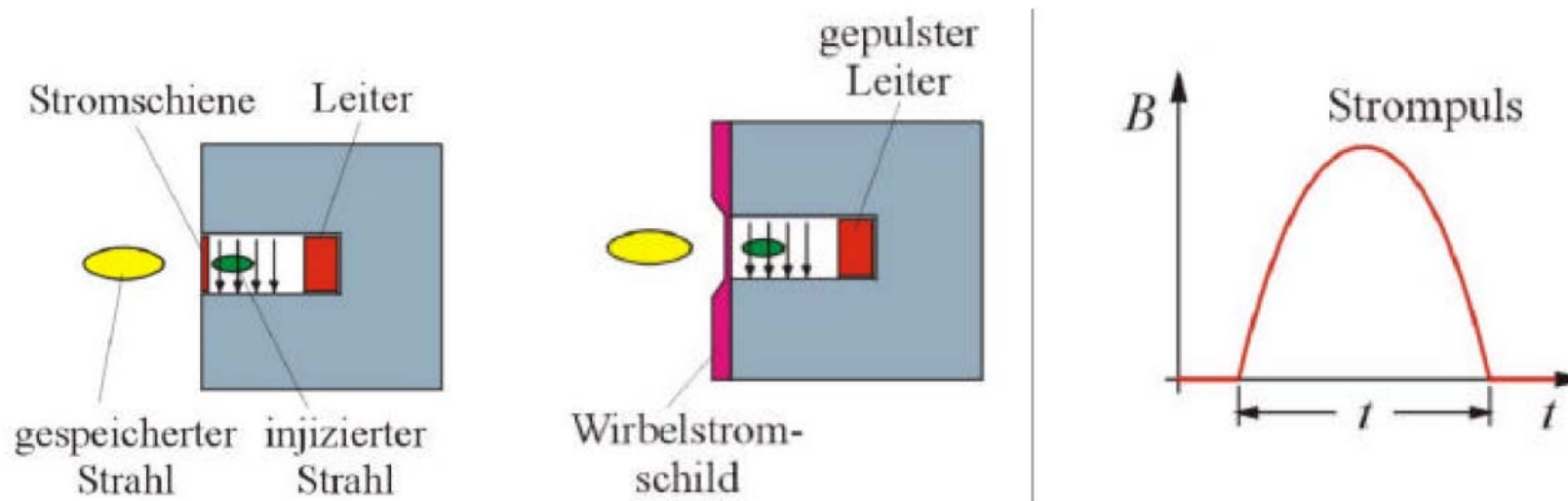
Beispiel: $\tau = 1 \mu\text{s}$ für die oben angegebenen Daten
→ $C = 19 \text{ nF}$, $U_0 = 120 \text{ kV}$

Zurück zum Septum:

Die Aufgabe des Septums ist es den injizierten Strahl unmittelbar vor dem Eintritt in den Ringbeschleuniger so abzulenken, dass er möglichst nahe an den schon umlaufenden Strahl kommt, wobei er zu diesem nur sehr kleinen Winkel haben darf. Das Septum ist also ein Ablenker, bei dem das Feld nur innerhalb seines Spaltes wirksam ist und damit praktisch nur den injizierten Strahl ablenkt. Den dicht am Septumblatt vorbeifliegenden Strahl beeinflusst das Septum nicht.

Ein Magnet mit offenem Spalt → Streufeld ragt zu weit aus dem Spalt

↙ Feld muss abgeschirmt werden z.B. mit einer Stromschiene oder durch ein Wirbelstromschild, welche die offene Seite abschließen kann (siehe Graphik)



Der Septumtyp mit Wirbelstromschild kann nur im Pulsbetrieb laufen. Dabei nutzt man den Skineffekt und die damit verbundene endliche Eindringtiefe des Feldes in einem gut leitenden Blech.

Diese beträgt
$$d_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu_r \mu_0}}$$

d_s beträgt für Pulsdauern von 10 μs (Halbwelle) mit $\omega = \frac{\pi}{\tau} = 3,14 \cdot 10^5 1/s$ und $\sigma_{Cu} = 5,9 \cdot 10^7 1/\Omega m$ und $\mu_r = 1 \rightarrow d_s = 0,000233 \text{ m} = 0,233 \text{ mm}$

Grundvoraussetzung für einen optimalen Transfer ist die Anpassung der Phasenraumverteilung des Strahls:

→ transversale Phasenellipsen müssen am Übergabepunkt den Eigenellipsen des Synchrotrons entsprechen

→ TWISS Parameter $(\alpha_x, \beta_x, \gamma_x)$, desgleichen für die y-Richtung

Der Strahl muss eine entsprechende Orts- und Winkeldispersion entsprechend der periodischen Dispersionsfunktionen D und D' besitzen. → Anpassung durch das Strahlführungssystem

Bei der „single turn injection“ benötigt man keine Orbitbeule. Der Strahl wird durch das Septum auf Achse und durch einen Kicker auf Bahn gelenkt. Nach einem Umlauf der Teilchen muss der Kicker ausgeschaltet sein.

Kurze Wiederholung:

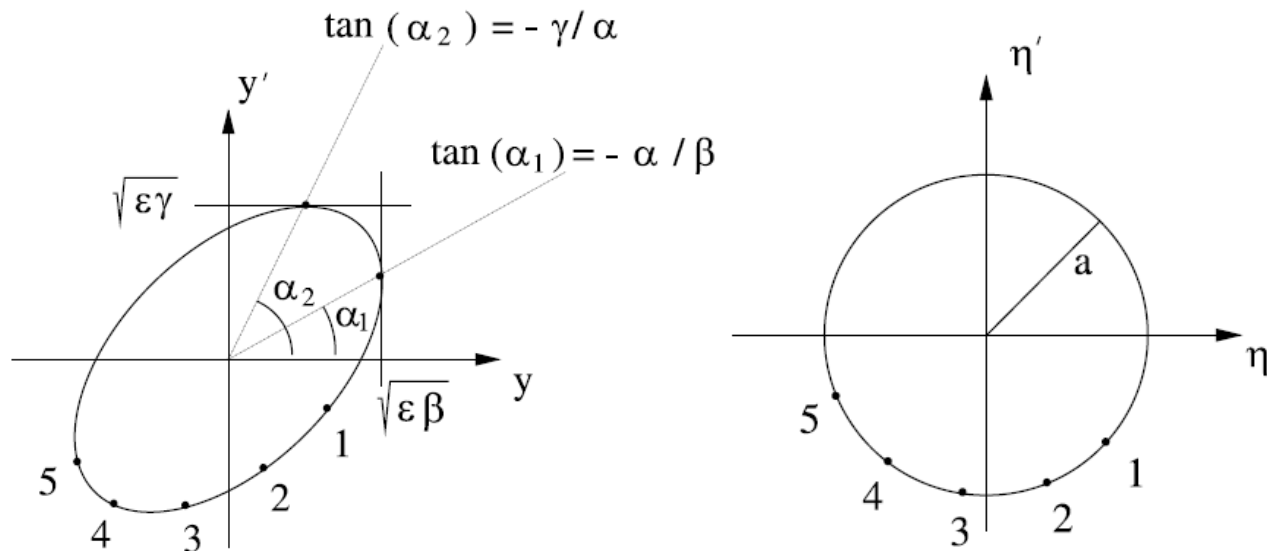
Die Lösungen der Hillschen DGL haben wir in Kapitel 4 folgende Lösungen erhalten:

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon\beta(s)} \cdot \cos(\Psi(s) + \Psi_0)$$
$$x'(s) = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta(s)}} \cdot [\alpha(s)\cos(\Psi + \Psi_0) + \sin(\Psi + \Psi_0)]$$

Durch eine einfache lineare Transformation (Floquet Transformation) kann man die durch (α, β, γ) definierte Ellipse in der Form eines Kreises darstellen. Gleichzeitig wird der Laufparameter s durch den Betatronphasenvorschub $\psi(s)$ ersetzt. Das resultierende Kreisdiagramm ist sehr hilfreich zur Diskussion von Teilchenbewegungen in der Phasenraumbene. Die Transformation wird auch zur quantitativen Analyse von Störfeldefekten und Resonanzen benötigt.

$$\frac{x(s)}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\varepsilon} \cdot \cos(\Psi + \Psi_0) = \eta(s)$$
$$\sqrt{\beta} \cdot x'(s) + \alpha \frac{x(s)}{\sqrt{\beta}} = -\sqrt{\varepsilon} \sin(\Psi + \Psi_0) = \frac{d\eta}{d\Psi} \quad (11.4)$$

Durch die Transformation werden die sich kontinuierlich ändernden Phasenellipsen einheitlich auf einen Kreis mit dem Radius $a = \sqrt{\varepsilon}$ transformiert. Damit ist es möglich, die Bewegung eines Teilchens als Funktion der Betatronphase $\psi(s)$ im Kreisdiagramm unmittelbar zu verfolgen!



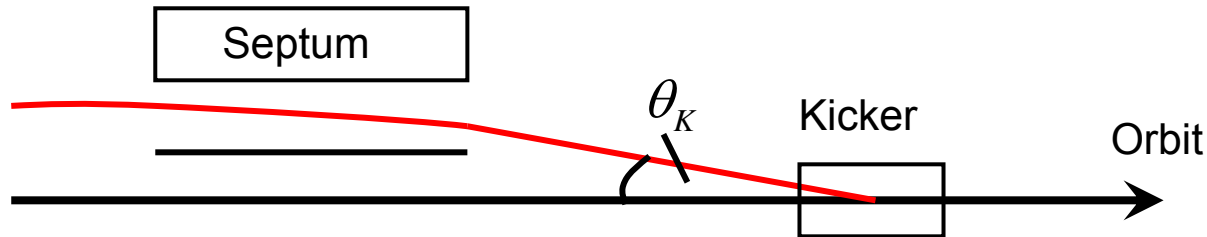
$$\frac{x^2}{\beta(s)} + \left(\frac{\alpha(s)}{\sqrt{\beta(s)}} x + \sqrt{\beta(s)} \cdot x' \right)^2 = \eta^2 + \left(\frac{d\eta}{d\Psi} \right)^2 = \varepsilon$$

Die Transformation kann auch in Martizenform geschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \frac{d\eta}{d\Psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta^{-1/2} & 0 \\ \alpha\beta^{-1/2} & \beta^{1/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta^{1/2} & 0 \\ -\alpha\beta^{-1/2} & \beta^{-1/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ \frac{d\eta}{d\Psi} \end{pmatrix}$$

Die Darstellung der Phasenellipse als Kreis in der $(\eta, d\eta/d\Psi)$ -Ebene eliminiert die lokale Abhängigkeit von den optischen Funktionen $\alpha(s)$, $\beta(s)$ und $\gamma(s)$.

Es ist sinnvoll die Septumseinmündung sowie den Kicker an Stellen zu positionieren, an denen die β -Funktion groß ist z.B. in der Nähe fokussierender Quadrupole in einer FODO-Struktur. Zusammenhang zwischen Ortsabweichung am Septum x_s und dem Winkel am Kicker θ_K ergibt sich aus dem nachfolgenden Kreisdiagramm:



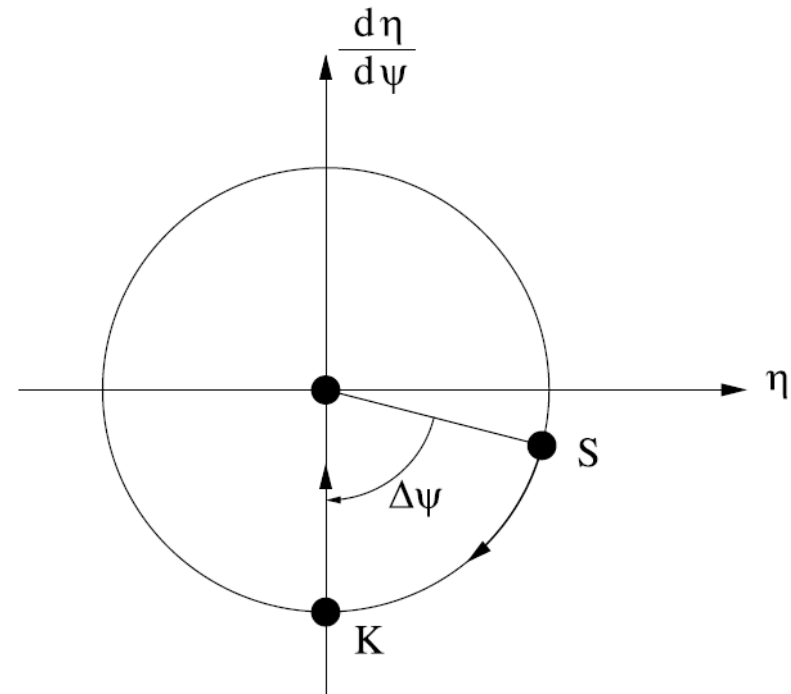
Der Zusammenhang zwischen Ortsabweichung am Septum x_s und dem Winkel am Kicker θ_K ergibt sich aus dem nebenstehenden Kreisdiagramm.

An der Stelle S gilt:

$$\eta_S = \frac{x_s}{\sqrt{\beta_s}} = \sqrt{\varepsilon_x} \cdot \sin(\Delta\Psi)$$

An der Stelle K gilt:

$$\left. \frac{d\eta}{d\Psi} \right|_K = \sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\beta_K} \cdot x'_K + \frac{\alpha_K}{\sqrt{\beta_K}} \cdot 0$$



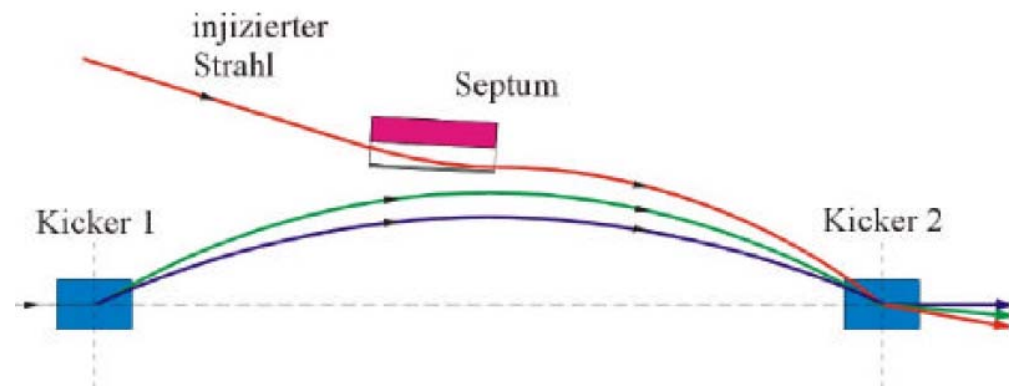
$$x'_K = \theta_K = \frac{x_S}{\sqrt{\beta_K \beta_S} \sin(\Delta\Psi)} \quad (11.5)$$

Dabei ist $\Delta\psi$ der transversale Phasenvorschub zwischen der Position des Septums und der Position des Kickers. Optimal ist ein Betatronphasenvorschub von $\Delta U=90^\circ$ um θ_K so klein wie möglich zu halten. Ebenso findet man den Zusammenhang zwischen Orts- und Winkelabweichung θ_s des zu injizierenden Strahls gegenüber der Sollachse des Beschleunigers

$$\frac{\eta_s}{\left. \frac{d\eta}{d\Psi} \right|_s} = \tan \Delta\Psi \quad \Rightarrow \quad \eta_s = \frac{x_s}{\sqrt{\beta_s}} = (\sqrt{\beta_s} \cdot x'_s + \frac{\alpha_s}{\sqrt{\beta_s}} x_s) \cdot \tan \Delta\Psi$$

$$x_s = \theta_s = \frac{x_s (1 - \alpha_s \tan \Delta\Psi)}{\beta_s \cdot \tan \Delta\Psi} = \frac{x_s}{\beta_s} (\cot \Delta\Psi - \alpha_s) \quad (11.6)$$

Wie schon gezeigt, muss bei der „multi-turn injection“ mit Hilfe von zwei Kickermagneten K_1 und K_2 die Gleichgewichtsbahn so gestört werden, dass eine „Orbitbeule“ entsteht (Orbitpump). Der Phasenvorschub zwischen den Kickern sollte möglichst genau 180° betragen.



Nach $\Delta\Psi = 90^\circ$ ist $\eta = \frac{x_{\max}}{\sqrt{\beta_{x \max}}} = \sqrt{\varepsilon_x}$

Durch die Orbitbeule wird die Bahn in die Nähe des Septums verlagert.

Dadurch sind (x_s, θ_s) gegenüber der Gleichgewichtsbahn relativ klein \rightarrow transversales stacking durch Verkleinerung der Orbitbeule.

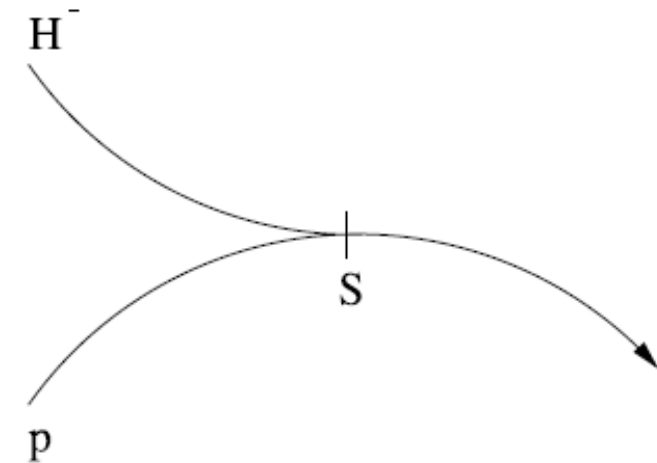
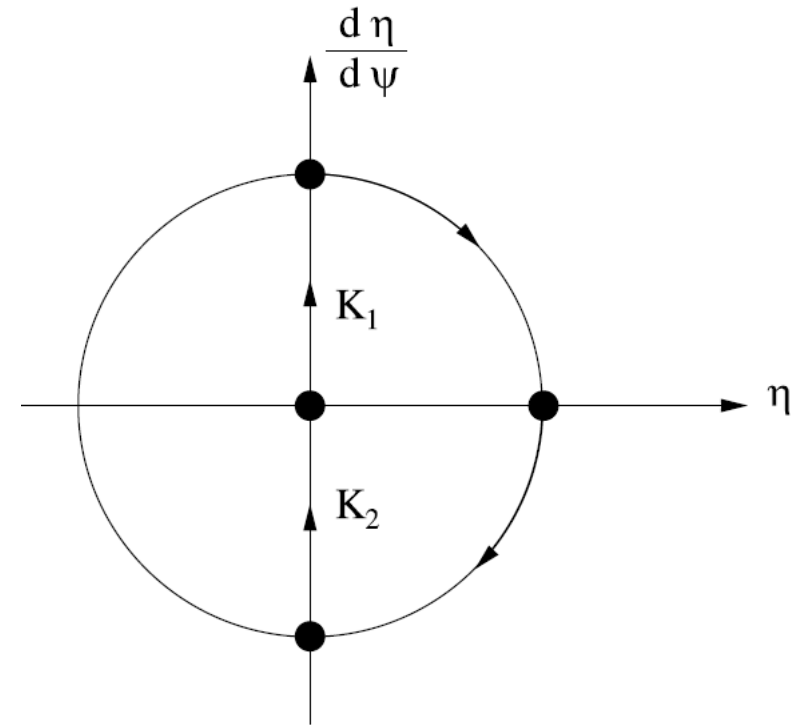
\rightarrow Strahl kann nicht in besetztes Phasenraumvolumen eingeschossen werden (Satz von Liouville). Sonst wird der dort vorhandene Teilchenstrahl in ein anderes Phasenraumgebiet ausgelenkt.

Bei Injektion mit Ladungsaustausch (Stripping-Injektion) ist es jedoch möglich, zwei Teilstrahlen im Phasenraum zu überlagern. Bsp. Einschuss von H^- in ein Protonensynchrotron.

Problem \rightarrow Kleinwinkelstreuung und damit Emittanzwachstum

Weitere Begrenzung für die Injektion \rightarrow Raumladungskräfte

Bsp.: bei 50 MeV $\rightarrow 10^{11}$ - 10^{12} Protonen
 bei 800 MeV $\rightarrow 10^{13}$ - 10^{14} Protonen



→ Raumladungsbedingter „tune shift“

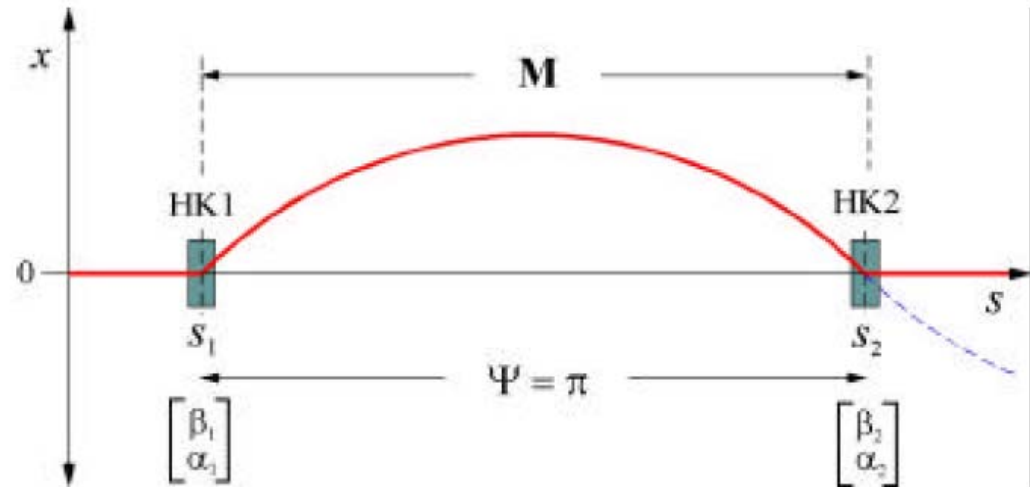
Bei Elektronen → Strahlkühlung durch Synchrotronstrahlung, also Dämpfung der Betatronschwingung
↙ kann bei Ionen durch e^- – Kühlung oder stochastische Kühlung erfolgen

11.2. Lokale Orbitbeulen

Es ist häufig erforderlich, die Strahlage im Beschleuniger lokal zu verschieben, ohne den Rest der Maschine zu beeinflussen. Das geschieht mit Hilfe **lokaler Orbitbeulen**. Die einfachste Beule haben wir schon kennengelernt:

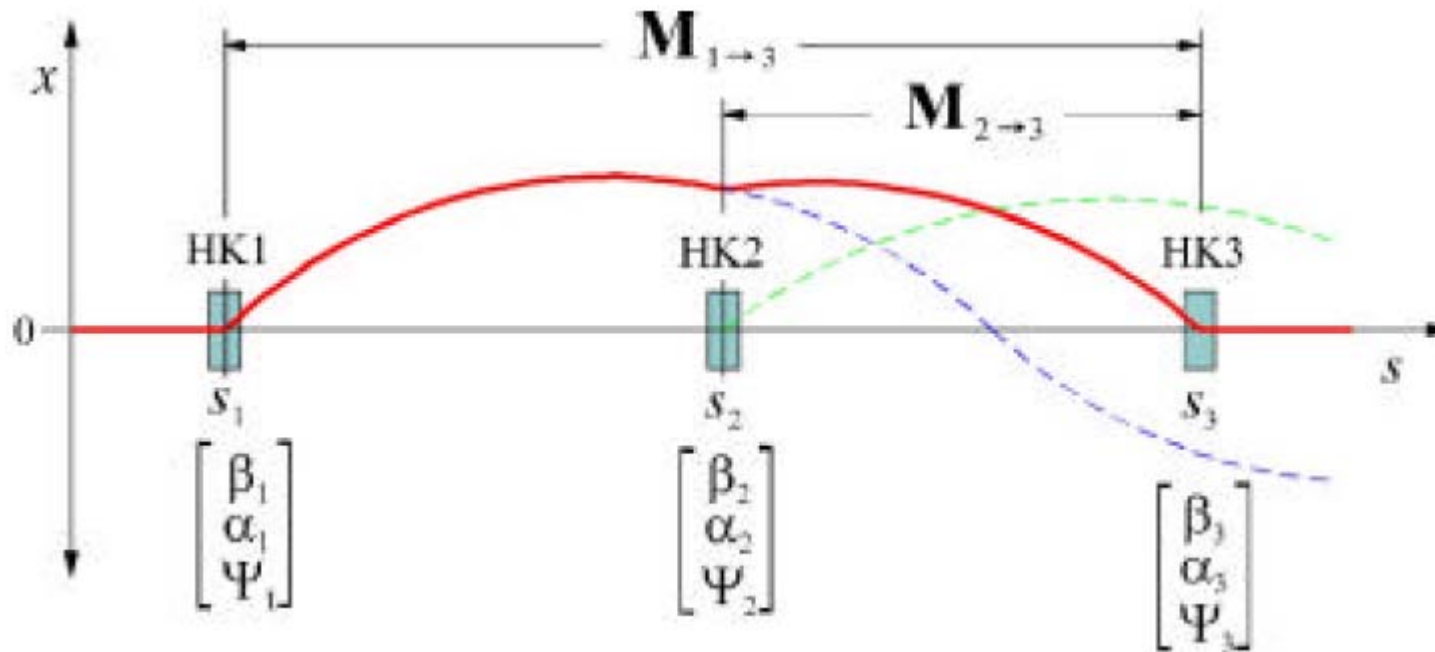
Hier benötigt man zwei Kicker, welche einen Phasenabstand von 180° besitzen.

Die erste Steuerspule HK1 lenkt den Strahl um den Winkel θ_1 ab. Er führt eine halbe Betatronschwingung aus und kreuzt den Orbit wieder bei s_2 unter dem Winkel θ_2 . Hier sitzt die zweite Steuerspule, die den Strahl auf den Orbit zurücklenkt. Es gilt:



$$\sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\beta_1} \cdot \theta_1 = \sqrt{\beta_2} \cdot \theta_2 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = -\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \cdot \theta_1$$

Da es in der Regel nicht möglich ist, zwei Steuerspulen exakt im Phasenabstand 180° zu plazieren, wird diese Beule seltener benutzt. Mit 3 Steuerspulen HK1, HK2 und HK3 lassen sich fast immer geschlossene Strahlbeulen erzeugen.



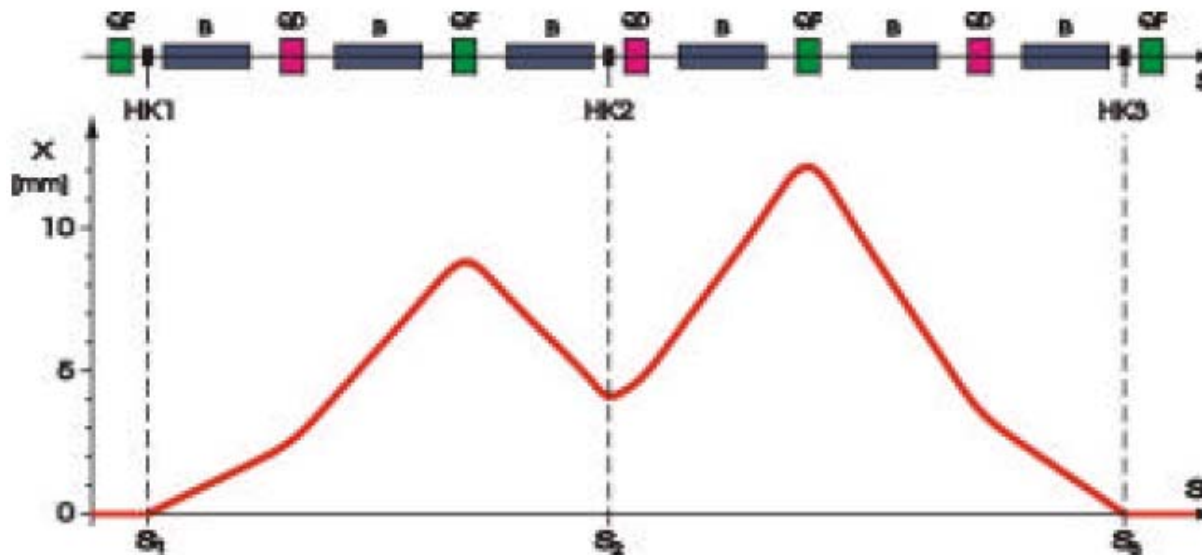
Die Steuerspule HK1 bei s_1 lenkt den Strahl wieder um den Winkel θ_1 ab. Dieser Strahlablage wird durch die Steuerspule HK2 bei s_2 eine weitere Ablenkung um θ_2 überlagert. Der Kick an der Stelle s_3 kann dann einfach aus den Phasenvorschüben ermittelt werden.

Für diese Systeme ist die allgemeine Transformation zwischen s_1 und s_2 gegeben durch (4.8'):

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} (\cos \Delta\Psi + \alpha_1 \sin \Delta\Psi) & \sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2} \sin \Delta\Psi \\ \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \Delta\Psi - (1 + \alpha_1 \alpha_2) \sin \Delta\Psi}{\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}} & \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} (\cos \Delta\Psi - \alpha_2 \sin \Delta\Psi) \end{pmatrix} \quad (11.7)$$

mit $\Delta\Psi = \Psi_2 - \Psi_1$

Beispiel:



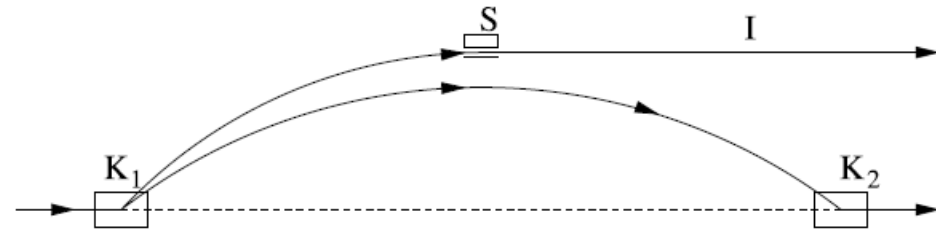
11.3. Extraktion

Bei der **schnellen „single turn“ Extraktion** läuft der gleich Mechanismus, wie bei der single turn Injektion nur in umgekehrter Richtung ab. Ein schneller Kicker (50-150 ns) lenkt den Strahl zum Septum ab. Die endgültige Auslenkung erfolgt durch den Septumkanal.

Die für die schnelle Injektion gültigen Gleichungen gelten auch entsprechend bei der schnellen Extraktion.

Auch für die schnelle Kickerextraktion gilt als optimale Parameterwahl

β_s und β_K möglichst groß sowie $\sin \Delta\Psi \approx 1$.



Bei der **langsamen Resonanzextraktion** wird der Arbeitspunkt in die Nähe einer Resonanz dritter Ordnung (drittelzahlige Resonanz) gelegt. Häufig wird die Gleichgewichtsbahn mit Hilfe einer Beule in die Nähe des Extraktionsseptums gebracht. Die Änderung des Arbeitspunktes geschieht durch die Verstimmung von Quadrupolen, so dass $3Q_x$ in der Nähe einer ganzen Zahl liegt. Die Teilchen mit großer Betatronamplitude werden durch eine programmierte Erregung von Sextupolmagneten in die Resonanz getrieben.

→ Instabile Teilchen werden durch den Septumkanal abgeschält, der stabile Teil bleibt weiter im Ring

Dies Verfahren wird solange fortgesetzt, bis die Teilchen komplett extrahiert sind → möglichst gleichmäßiger Teilchenfluss (max. 1 Sekunde)

Bei der ultralangsamem Resonanzextraktion wird der Strahl durch stochastisches Aufheizen in longitudinaler Richtung, d. h. durch die stochastische Aufweitung der Impulsverteilung, in die Resonanz getrieben.

→ kontrolliert langsames Diffundieren der Strahlteilchen aus der Maschine

Bsp: Low Energy Antiproton Ring LEAR am CERN mit Extraktionszeiten von einer Stunde bei sehr konstantem Strahlstrom

Um eine analytische Betrachtung der Sextupolanregung durchführen zu können, muss man das Sextupolfeld in die Hillsche DGL einfügen:

$$\begin{aligned}x'' + K(s)x &= \frac{k_2}{2}(x^2 - y^2) \\y'' + K(s)y &= k_2xy\end{aligned}$$

Entsprechende Lösungsansätze nutzen den ‚dünne Linsen Ansatz‘, wo die Sextupole nur einen Kick bewirken, welche durch eine Deltafunktion beschrieben werden kann (Störungstheorie).

Man erhält dann die stabilen und instabilen Bereich im Phasenraum, wobei die Seperatrix im Phasenraum eine Dreiecksform besitzt (Symmetrie ergibt sich aus dem Hexapolfeld). Die Position des Zentrums des Dreiecks ergibt sich aus der Impulsabweichung Δp des Sollteilchens und der Multiplikation von dieser mit der Dispersionsfunktion.

Separatrix

